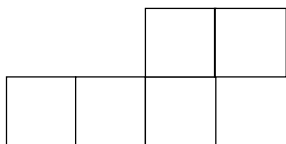


Pentomino – Spiel mit Formen

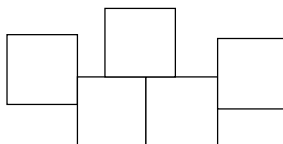
Thema:	Formen verändern, spiegeln und drehen (Geometrie)
Stufe:	2. - 5. Schuljahr
Dauer:	2 bis 4 Lektionen
Material:	Holzwürfel (mind. 5 je Kind), evt. in der Grösse der Würfel gerasterte Blätter
Bearbeitung:	Judith Hubacher, Gabriela Käppeli, bw (1.08.04)
Quelle:	bw
Zu Zahlenbuch:	3, S.14/15 Die Lernumgebung kann auch losgelöst vom Zahlenbuch bearbeitet werden. Es sind in jedem Schuljahr verschiedene Verbindungen mit dem Zahlenbuch denkbar.

Aufgabe

- A Bilde mit 5 Holzwürfeln möglichst viele verschiedene Figuren. Alle Würfel liegen dabei auf der Pultfläche.



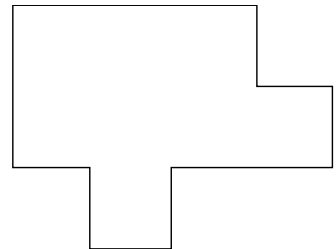
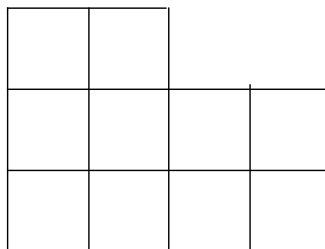
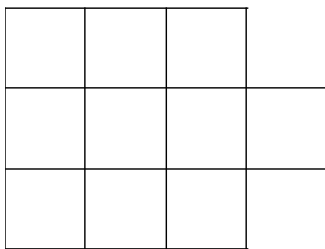
so



nicht so

Zeichne die gefundenen Pentominos in kariertes Papier. Wie viele findest du?

- B Mit welchen zwei Pentominos lassen sich folgende Figuren bauen.



- C Stelle selbst Rätsel mit zwei oder mehr Pentominos wie in Aufgabe B her. Finde zu deinen Rätseln mehrere Lösungen. Tausche die Rätsel mit Kolleginnen oder Kollegen aus.
- D Lege alle Pentominos so, dass sich keine Löcher ergeben und möglichst wenige Ecken entstehen. Wie viele Ecken weist deine Figur mit allen Pentominos auf? Lege so, dass sich weniger als 20 Ecken ergeben.

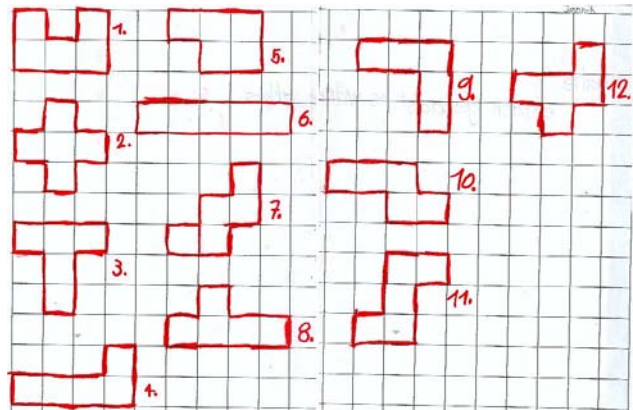


Worum geht es?

Die verschiedenen Buchstaben kommen zu unterschiedlichen Anteilen in Wörtern und Sätzen vor. Der Anteil eines bestimmten Buchstabens an einem Wort oder an einem Satz kann als Bruchteil beschrieben werden.

Zwei Pentominos gelten als verschieden, wenn sie weder durch Drehen noch durch Kippen in die gleiche Lage gebracht werden können. Es gibt zwölf verschiedene Pentominos:

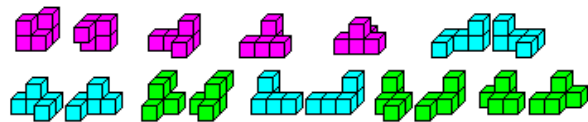
In der Regel werden die 12 Pentominos für geometrische Rätsel genutzt. Die am häufigsten gestellte Aufgabe besteht darin, die 12 Pentominos in einem Rechteck von 10 x 6 Quadraten unterzubringen. Obwohl es dazu 2339 verschiedene Lösungen gibt, ist das Finden einer einzigen dieser Lösungen für die meisten Kinder Glücksache.



Noch schwieriger gestaltet sich die Aufgabe, die Pentominos in einem 3 x 4 x 5 Quader unterzubringen – obwohl es dazu 3940 verschiedene Lösungen gibt.

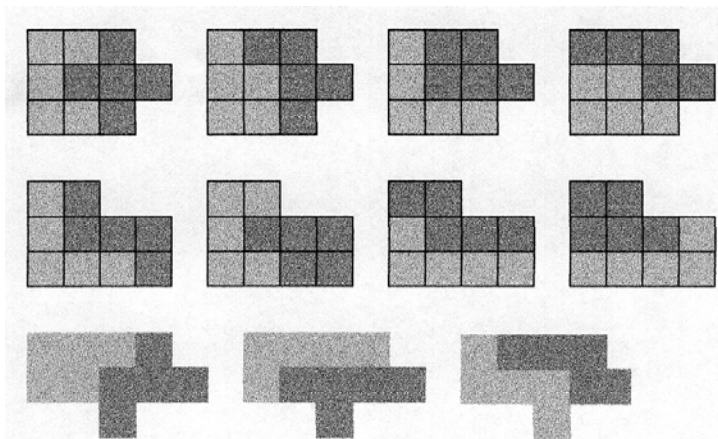


Neben den 12 ebenen Pentominos gibt es 17 räumliche, 5 davon sind symmetrisch, die anderen 12 lassen sich zu 6 spiegelbildlichen Körpern gruppieren.

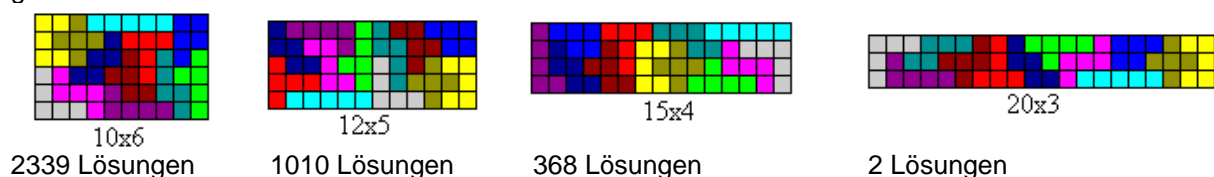


Viele weitere gute Anregungen befinden sich u.a. auf <http://www.mathematische-basteleien.de/pentomino.htm> (Stand Aug 04)

Für die Schule ergiebig ist aus unserer Sicht insbesondere die Suche nach den 12 Pentominos (Aufgabe A; welche sind gleich, welche sind tatsächlich verschieden) sowie das Gestalten und Suchen von Formen mit 2 – 4 Pentominos (Aufgabe B). Zu Aufgabe B gibt es jeweils verschiedene Lösungen. Wir übernehmen keine Gewähr, dass nebenstehend alle Lösungen abgedruckt sind.



Aufgabe D lehnt sich an die klassische Aufgabenstellung an, wo die Pentominosteine in ein Rechteck von 6 x 10 eingepasst werden. Die Kinder sind aber im Gestalten freier und sollen versuchen, sukzessive die Anzahl Ecken zu verringern. Vielleicht gelingt es einem der Kinder tatsächlich, eine rechteckige Form.



Wie kann man vorgehen (Erfahrungsbericht von Judith Hubacher und Gabriela Käppeli)

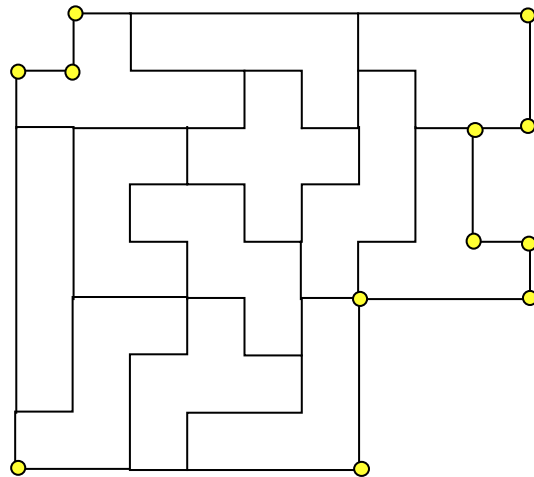
Zur Einführung werden fünf Würfel auf den Hellraumprojektor gelegt. Mit ihnen werden die Spielregeln zum Bauen von Pentominos erläutert: Die Würfel liegen Seite an Seite. Ebenso liegen die 5 Würfel auf der gleichen Ebene. Die Frage nach der Gleichheit von 2 Figuren kann hier gestellt werden, indem ein Pentomino gedreht und gekippt wird. Anschliessend skizzieren die Kinder die Pentominos auf einem Blatt mit Gitternetzlinien – ab Klasse 3 reicht das übliche Heftpapier sicher aus. Zur Dokumentation werden die gefundenen Figuren nummeriert. In Kleingruppen vergleichen die Kinder ihre Lösungen und versuchen, ihre Sets zu vervollständigen. Zur Vollständigkeitskontrolle können immer 2 Kinder zusammen ein neues Pentomino an die Wandtafel zeichnen.

Für die zweite Aufgabe haben wir für jedes Kind einen vollständigen Satz Pentominos aus Halbkarton ausgeschnitten. Wenn mehr Zeit zur Verfügung stehen würde – etwa im Rahmen eines einwöchigen Miniprojekts – könnten die Kinder ihre Figuren selbst zeichnen und ausschneiden.

Am Hellraumprojektor zeigt die Lehrperson eine Figur, die aus zwei Pentominos besteht. Ein Kind kann zum Hellraumprojektor kommen und versuchen die zwei Pentominos zu finden. Die Pentominos-Papierteilchen dürfen auch gedreht werden. Wenn eine Lösung gefunden wird, können die Grenzen zwischen den beiden Pentominos mit Farbstift eingezeichnet werden. Für die Klassen 2 und 3 lohnt es sich, eine Kopiervorlage mit den Umrissen in Originalgrösse der gesuchten Figuren abzugeben.

Nun fertigen die Kinder eigene Rätsel an. Auf die Vorderseite einer Rätselkarte wird die gesuchte Figur aus 2 – 4 Pentominos eingetragen, auf der Rückseite werden eine oder mehrere Lösungen skizziert. Die Rätselkarten werden mit Magneten an der Wand befestigt und dienen als Aufgabenstellungen für Kameradinnen und Kameraden.

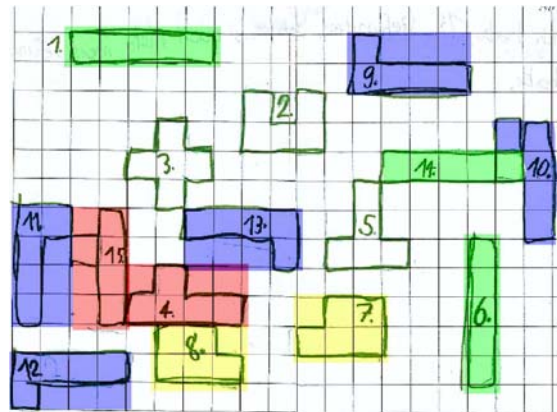
Aufgrund der Beschäftigung mit Pentominos haben die Kinder ein Formengefühl entwickelt und können versuchen, mit allen 12 Figuren eine einzige zusammenhängende Figur zu bauen. Dabei wird auf die Anzahl Ecken geachtet – sie soll möglichst klein bleiben. Die untenstehende Lösung mit insgesamt 12 Ecken stammt von Loris (4. Kl.) die Umsetzung mit einem Zeichenprogramm ist unter Anleitung entstanden. Es hat sich gezeigt, dass das saubere Übertragen solcher Figuren für einige Kinder eine grosse Herausforderung ist.



Dokumente aus der Erprobung (2. Kl.)

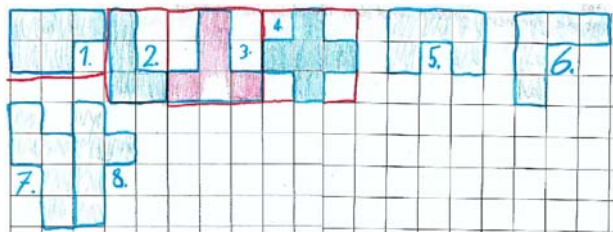
Einfache Lösungen

Adrian (2. Kl.) hat «15 gefunden». Er hat allerdings einige Pentominos mehrfach gezeichnet. So kommt die Figur mit der L-Form (Nr. 9, 10, 11, 12, 13) gleich fünfmal vor. Ebenso entsprechen sich Figur 1, 6 und 14, 4 und 15 sowie 7 und 8. Die Figuren 2 und 3 sind für Adrian offenbar so charakteristisch, dass er von ihnen keine Varianten zeichnet. Insgesamt hat er also 7 verschiedene Figuren gefunden. Die Figuren auf Adrians Zeichnung sind etwas ineinander verschachtelt angeordnet – obwohl er sich mit der Darstellung sichtlich Mühe gegeben hat.



ich habe 15. Gefunden.

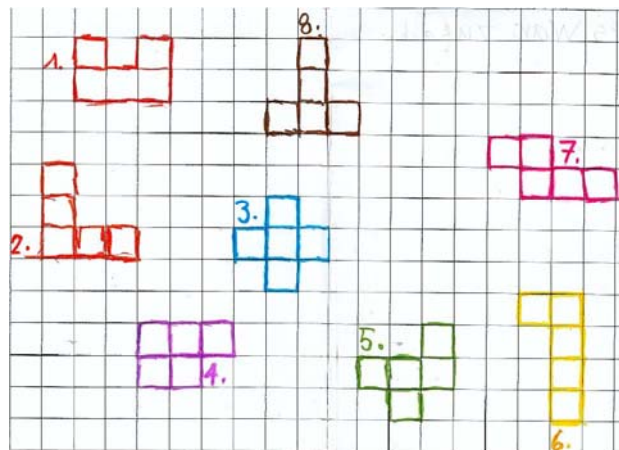
Ich weis auch nicht was gefunden habe.



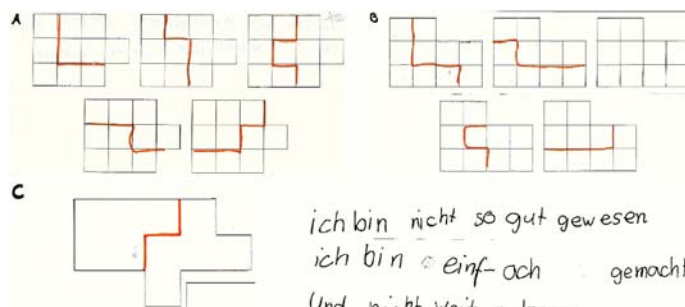
Rafi hat seine gefundenen Pentominos alle dicht nebeneinander gezeichnet und die Grenzen dazwischen mit einer anderen Farbe gezeichnet. Er ist im Ganzen auf acht Pentominos gekommen. Eine Figur davon besteht jedoch nur aus vier Würfel.

Mittlere Lösung

Chelsea verteilt ihre Pentominos auf dem ganzen Blatt und zeichnet mit leuchtenden Farben. In den Figuren zeichnet sie jeden Würfel einzeln. Chelsea hat acht Pentominos gefunden und dabei keine Figur doppelt gezeichnet. Dennoch ist ihre Arbeit übersichtlich gestaltet.

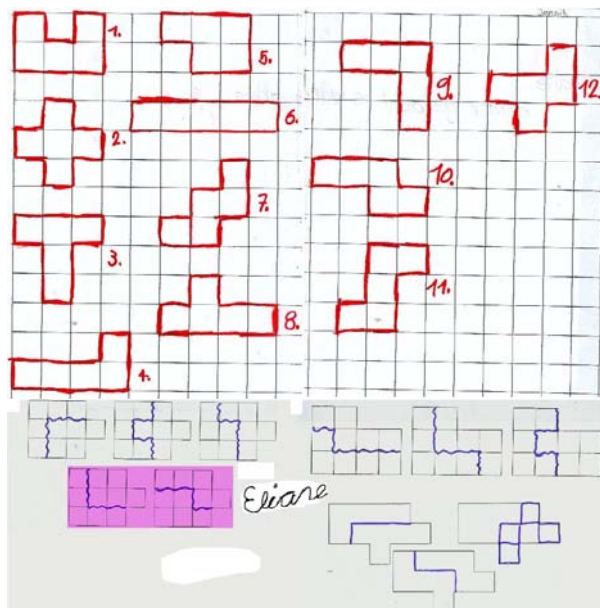


Jessica leistet eine gute Arbeit. Trotzdem mangelt es ihr an Selbstbewusstsein – obwohl sie die Aufgabe beinahe vollständig löst.



ich bin nicht so gut gewesen
ich bin einfach gemacht.
Und nicht weit gekommen.

Anspruchsvolle Lösung



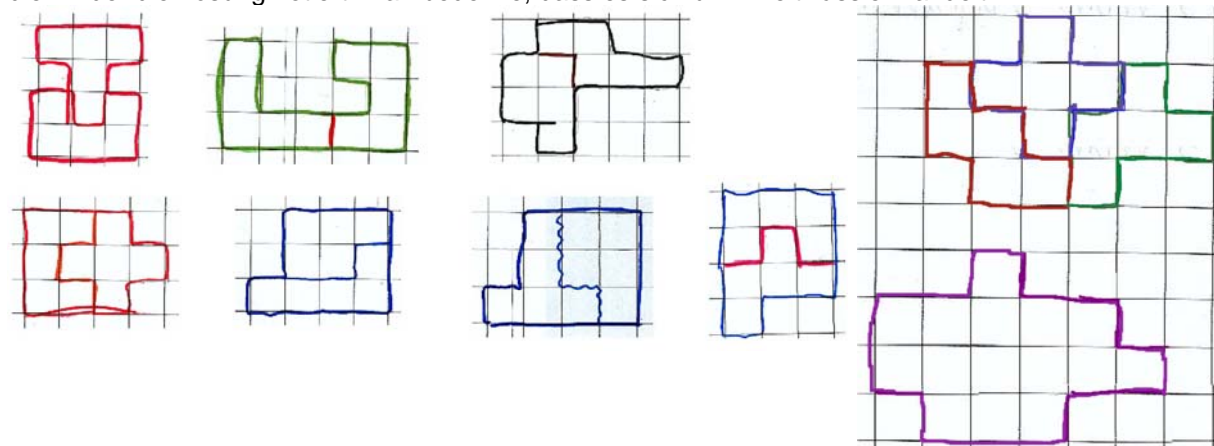
Jannik hat alle zwölf Pentominos gefunden. Auf seinem Blatt ist keine Figur doppelt gezeichnet. Die Figuren sind übersichtlich in vier Spalten angeordnet. Sein Kommentar verdeutlicht, dass er sich ziemlich sicher ist, die Aufgabe vollständig gelöst zu haben.

*ich hatte einfach
gedacht es wäre alles.*

Auffallend ist bei Elianes Arbeit zu B, dass sie die Grenzen zwischen den Pentominos schlangen- förmig gezeichnet hat, vermutlich um die Grenzen sichtbarer zu machen. Bereits Aufgabe A hat Eliane vollständig gelöst, eine Figur hat sie jedoch doppelt gezeichnet. Sie hat Aufgabe B beinahe vollständig gelöst.

Einige Rätsel der Kinder

Bei den nachfolgenden unkommentierten Rätseln zeigen wir jeweils nur die Rückseite – dort haben die Kinder die Lösung notiert. Man bedenke, dass es sich um Zweitklässler handelt.



Zur Heterogenität

Lernschwache Kinder können

- Einige Pentominos selbst finden
- Zwei Figuren vergleichen und gleiche Figuren durch Operieren mit den Figuren finden.
- Einfache Formenrätsel lösen.

Begabte Kinder können

- Die meisten Pentominos selbst finden. Gleiche Figuren aufgrund von Skizzen erkennen.
- Mehrere (alle) Lösungen zu Formenrätseln finden.
- Die 12 Pentominos zu einer Figur mit weniger als 12 Ecken legen.
- Auf Anhieb exakte Skizzen anfertigen.
- Schöne Rätselkarten herstellen